

Esempio di esercizio dal compito del 18/06/2003

Un'azienda su due sedi utilizza le due reti aziendali sia per trasportare traffico dati, sia per telefonare con tecnologia IP-telephony che trasmette il traffico telefonico in pacchetti IP. Le due reti aziendali sono connesse tramite due router, al momento configurati in modo tale da mantenere separati i flussi di traffico dati e voce, utilizzando due interfacce diverse per l'interconnessione. Il collegamento fra i router viene realizzato per mezzo di una linea ISDN con accesso base per ciascuna interfaccia (due canali B a 64 Kbit/s equivalenti ad un collegamento full duplex a 128 Kbit/s).

Ciascuna sede è frequentata da 50 utenti dotati di apparecchi telefonici e misure effettuate preventivamente hanno evidenziato un traffico per utente pari a 0.1 E. In uscita da ciascun terminale d'utente attivo si è misurato un flusso di pacchetti rappresentabile con un processo di Poisson avente frequenza media di arrivo dei pacchetti pari a $\lambda_v=30$ pacc./sec. e lunghezza dei pacchetti esponenziale con valore medio $D_v = 64$ byte.

Il traffico dati è stimabile in un flusso di pacchetti rappresentabile con un processo di Poisson avente frequenza media di arrivo dei pacchetti pari a $\lambda_d = 25$ pacc./sec. e lunghezza dei pacchetti esponenziale con valore medio $D_d = 512$ byte.

Nell'ipotesi che i fenomeni di accodamento predominanti siano nelle code dei router all'uscita verso le linee di interconnessione, determinare:

- per il traffico dati:
 1. il ritardo medio totale ed il tempo medio di attesa in coda per i pacchetti che fanno coda per il traffico dati;
 2. l'utilizzazione della linea di interconnessione dedicata al traffico dati.
- per il traffico voce:
 1. il massimo numero di telefonate attive fra le due sedi tali che il tempo medio di attesa per i pacchetti che vanno in coda sia inferiore a 50 ms (si tenga conto che una telefonata implica un traffico bidirezionale);
 2. la probabilità di perdita per chiamata nell'ipotesi che i router siano in grado di bloccare le chiamate quando un loro aumento di numero comporterebbe una violazione del vincolo sui ritardi;
 3. l'utilizzazione della linea di interconnessione dedicata al traffico voce;

Per gli studenti della laurea specialistica del nuovo ordinamento

Si ipotizzi di accorpare le due linee di interconnessione in una unica, con una sola interfaccia fra i router che si occupa della trasmissione sia del traffico dati sia del traffico voce. In questa interfaccia, per mantenere una differenziazione nella qualità di servizio, si abilita uno scheduling con priorità per il traffico voce, di tipo non pre-emptive.

Considerando un numero di chiamate vocali attive pari al numero massimo ricavato al punto precedente, si richiede di giustificare schematicamente le formule da utilizzare

per il calcolo dei tempi medi di attesa per i due tipi di traffico e di calcolare i relativi valori.

Soluzione

Per il traffico dati l'interfaccia di uscita di ciascun router è un sistema a coda $M/M/1$, con traffico offerto $A_{0d} = \rho_d = \lambda_d \bar{\vartheta}_d$.

Detta C la capacità della linea risulta

$$\bar{\vartheta}_d = \frac{D_d}{C} = \frac{512 \cdot 8}{128000} = 32 \text{ ms}$$

da cui $\rho_d = 25 \cdot 0.032 = 0.8$ E

Di conseguenza

$$\bar{\delta}_d = \bar{\varepsilon} = \frac{1}{\mu_d - \lambda_d} = \frac{1}{31.25 - 25} = 160 \text{ ms}$$

e l'utilizzazione della linea risulta $\rho_d = 0.8$ che, misurata in bit/s è $128 \cdot 10^3 \cdot 0.8 = 102.4$ Kbit/s

Per il traffico voce se N sono le chiamate attive la frequenza totale di arrivo dei pacchetti alle interfacce risulta $\lambda_T = N\lambda_t$, il tempo medio di servizio per pacchetto vale $\bar{\vartheta}_t = \frac{D_t}{C} = \frac{64 \cdot 8}{128000} = 4$ ms per cui il traffico offerto risulta

$$A_{0t} = \rho_t = \lambda_T \bar{\vartheta}_t = N \cdot 30 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0.12N$$

Per quanto riguarda il tempo di attesa

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{\mu_t - \lambda_t} = \frac{1}{250 - 30N} \leq 50 \cdot 10^{-3}$$

da cui si deduce

$$N \leq \frac{250 - 20}{30} = 7.667$$

e quindi $N \leq 7$

La probabilità di perdita si ottiene utilizzando la formula B di Erlang

$$\pi_p = B(m, A_0) = B(7, 5) = 0.12$$

Per quanto riguarda l'utilizzazione il traffico smaltito in termini di numero di chiamate risulta

$$A_s = 5 \cdot (1 - 0.12) = 4.4 \text{ E}$$

per cui tenendo conto che il traffico offerto, in termini di pacchetti, da ciascuna telefonata risulta $A' = 0.12$ E ne segue che per la linea di uscita $\rho = A_s \cdot A' = 4.4 \cdot 0.12 = 0.53$ E per cui in termini di bit al secondo l'utilizzazione risulta $128 \cdot 10^3 \cdot 0.53 = 67.84$ Kbit/s

Risposta alla domanda per gli studenti della laurea specialistica del nuovo ordinamento

Quando un pacchetto voce arriva al sistema, prima di essere servito deve attendere che:

- termini di essere trasmesso il pacchetto attualmente in servizio;

- vengano serviti tutti i pacchetti voce in attesa.

Quando un pacchetto dati arriva al sistema, prima di essere servito deve attendere che:

- termini di essere trasmesso il pacchetto attualmente in servizio;
- vengano serviti tutti i pacchetti voce e dati già in attesa;
- vengano serviti i pacchetti voce che arrivano mentre lui è in attesa.

Il tempo medio di servizio residuo del generico pacchetto in servizio, grazie all'assenza di memoria, si calcola come:

$$\bar{\vartheta}_p = \rho_v \bar{\vartheta}_v + \rho_t \bar{\vartheta}_t = 0.42 \cdot 2 + 0.4 \cdot 16 = 7.24 \text{ ms}$$

dove si è tenuto conto che la velocità della linea è doppia rispetto a prima e quindi i tempi medi di servizio, così come i traffici risultano dimezzati.

Per il traffico voce risulta quindi:

$$\bar{\eta}_v = \bar{\vartheta}_p + \lambda_v \bar{\eta}_v \bar{\vartheta}_v$$

da cui

$$\bar{\eta}_v = \frac{\bar{\vartheta}_p}{1 - \rho_v} = 12.48 \text{ ms}$$

Per il traffico dati

$$\bar{\eta}_d = \bar{\vartheta}_p + \lambda_d \bar{\eta}_d \bar{\vartheta}_d + \lambda_v \bar{\eta}_v \bar{\vartheta}_v + \lambda_v \bar{\eta}_d \bar{\vartheta}_v$$

da cui

$$\bar{\eta}_v = \frac{\bar{\vartheta}_p}{(1 - \rho_v)(1 - \rho_v - \rho_d)} = 69.35 \text{ ms}$$